

机密★启用前

江苏省 2020 年普通高校专转本选拔考试

高等数学 试题卷

注意事项:

- 1、本试卷分为试题卷和答题卡两部分, 试题卷共 3 页。全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟。
- 2、必须在答题卡上作答, 作答在试题卷上无效。作答前务必将自己的姓名和准考证号准确清晰地填写在试题卷和答题卡上的指定位置。
- 3、考试结束时, 须将试题卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分。在下列每小题中选出一个正确答案, 请在答题卡上将所选项的字母标号涂黑)

- 1、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{2}{x} + 2^{\frac{\sin x}{x}})$ 的值为 ()
A、1 B、2 C、3 D、4
- 2、设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - a, & x \neq 2 \\ b, & x = 2 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, a, b 为常数, 则 $a - b =$ ()
A、-2 B、0 C、2 D、4
- 3、设函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = 2$, 则 $f'(0) =$ ()
A、 $\frac{2}{3}$ B、 $\frac{3}{2}$ C、3 D、6
- 4、已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln|3x - 1|$, 则 $\int f(3x)dx =$ ()
A、 $\frac{1}{3} \ln|9x - 1| + C$ B、 $\frac{1}{3} \ln|3x - 1| + C$
C、 $\ln|9x - 1| + C$ D、 $3 \ln|9x - 1| + C$
- 5、下列反常积分中收敛的是 ()
A、 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ B、 $\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$
C、 $\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{1+x^2} dx$ D、 $\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{x^3} dx$
- 6、设 $f(x) = \int_0^{2x} \cos t^2 dt$, 则 $f'(x) =$ ()
A、 $\cos(4x^2)$ B、 $\cos(4x^2) - 1$ C、 $2 \cos(4x^2)$ D、 $2[\cos(4x^2) - 1]$
- 7、二次积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 (x^2 + y^2) dy$ 在极坐标系中可化为 ()

$$A、\int_0^{\frac{x}{4}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta}} \rho^2 d\rho \quad B、\int_0^{\frac{x}{4}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta}} \rho^3 d\rho$$

$$C、\int_{\frac{x}{4}}^{\frac{x}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\sin\theta}} \rho^2 d\rho \quad D、\int_{\frac{x}{4}}^{\frac{x}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\sin\theta}} \rho^3 d\rho$$

8、设函数 $f(x) = \frac{1}{x+5}$ ，在区间 $((-5,5))$ 内可展开成幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ ，则系数 $a_{2020} = (\quad)$

$$A、\frac{1}{5^{2020}} \quad B、-\frac{1}{5^{2020}} \quad C、\frac{1}{5^{2021}} \quad D、-\frac{1}{5^{2021}}$$

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

9、设 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+kx}-1}{x}$ ，则常数 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

10、已知函数 $f(x) = e^{2x}$ ，则 $f^{(n)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

11、设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 3t, \\ y = 3t^5 + 5t^3, \end{cases}$ 所确定的函数，则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12、设向量 $\vec{a} = (-2, 6, \lambda)$ 与 $\vec{b} = (1, \lambda, -4)$ 垂直，则常数 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.

13、微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 y}{1+x^3}$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14、设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 8，则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n x^n}{3^n}$ 的收敛半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题 (本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分)

15、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{x - \ln(1+x)}$.

16、求不定积分 $\int (x - \sin^2 x) \cos x dx$.

17、计算定积分 $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}} dx$.

18、设 $z = f(2x + 3y, y^2)$ ，其中函数 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

19、设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $yz + \ln z = x - y$ 所确定的函数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

20、求通过点 $(-1,0,2)$ ，且与直线 $\begin{cases} x+y+z-2=0, \\ 2x-y+3z-6=0, \end{cases}$ 平行的直线方程.

21、已知函数 $y = e^{2x}$ 是微分方程 $y'' - 2y' + y = f(x)$ 的一个特解，求该微分方程满足初始条件 $y|_{x=0} = 2, y'|_{x=0} = 5$ 的特解.

22、计算二重积分 $\iint_D (x+y)dxdy$ ，其中 D 是由直线 $y = x$ ， $y = -x$ 与 $y = 1$ 所围成的平面闭区域.

四、证明题 (本大题 10 分)

23、证明:当 $x \neq 0$ 时， $e^x + e^{-x} > x^2 + 2$.

五、综合题 (本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分)

24、设平面图形 D 由曲线 $y = e^x$ 与其在点 $(0,1)$ 处的法线及直线 $x = 1$ 围成.试求:

(1) 平面图形 D 的面积;

(2) 平面图形 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的面积.

25. 设函数 $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + c$ ，已知曲线 $y=f(x)$ 具有水平渐近线 $y = 1$ 且有拐点

$(-1,0)$ ，试求:

(1) 常数 a, b, c 的值.

(2) 函数 $f(x)$ 的单调区间与极值.